ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2017
Α΄ ΦΑΣΗ

E_3.Μλ1Α(α)

ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Σάββατο 7 Ιανουαρίου 2017
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1.

i. $|\alpha| = \begin{cases} \alpha, \alpha \geq 0 \\ -\alpha, \alpha < 0 \end{cases}$

ii. $|\alpha\beta| = |\alpha||\beta|$

iii. Η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ με $\alpha \neq 0$ έχει $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$.

Α2. **α.** Αν $\Delta > 0$ έχει δυο πραγματικές και άνισες ρίζες με $x_{1,2} = \dfrac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$

β. Αν $\Delta \geq 0$, τότε οι ρίζες είναι πραγματικές.

γ. Αν $\Delta = 0$, τότε η ρίζα είναι διπλή με $x_o = \dfrac{-\beta}{2\alpha}$.

δ. Επιλογή

Α3. **α.** $|\alpha| \geq 0$

β. $|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$

γ. $|\alpha|^2 = \alpha^2$

δ. $|\alpha| \geq \alpha$

ε. Αν $\alpha > 0$ τότε $\alpha + \dfrac{1}{\alpha} \geq 2$

Α4. **α.** Λ **β.** Λ **γ.** Λ **δ.** Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. i. $(5x-4)^2+(4x+5)^2+(x-7)(x+7)+8-(x-2\sqrt{2})(x+2\sqrt{2})=2017 \Leftrightarrow$

$25x^2-40x+16+16x^2+40x+25+x^2-49+8-x^2+8=2017 \Leftrightarrow$

$41x^2=2009 \Leftrightarrow$

$x^2=49 \Leftrightarrow$ x=7 ή x=-7

ii. $-7<x<7 \Leftrightarrow -14<-2x<14 \Leftrightarrow 0<14-2x<28$

- $-7<x<7 \Leftrightarrow -14<x-7<0$

Οπότε K=2|14-2x|-3|x-7|+x+2010 $\Leftrightarrow$ K=2(14-2x)-3(-x+7)+x+2010 $\Leftrightarrow$ K=28-4x+3x-21+x+2010 $\Leftrightarrow$ K=2017

2^{ος} Τρόπος

- $-7<x<7 \Leftrightarrow -14<x-7<0$

$K = 2|14-2x| - 3|x-7| + x + 2010 = 4|x-7| - 3|x-7| + x + 2010 =$
$= |x-7| + x + 2010 = -x + 7 + x + 2010 = 2017$

Β2. Πρέπει $2x^2 + 3x - 5 = 0$ (1) και $x^2 + x - 2 = 0$ (2) λύνοντας την εξίσωση (1) ια προκύπτει x=1 ή $x=-\frac{5}{2} \notin \mathbb{Z}$. Οπότε για x = 1 επαληθεύεται και η (2) αφού είναι $1^2 + 1 - 2 = 0$ αληθεύει, άρα x = 1.

ΘΕΜΑ Γ

α. $\Delta = 4\lambda^2 - 4\lambda(\lambda+3) = -12\lambda$
Για να έχει πραγματικές και άνισες λύσεις πρέπει $\Delta > 0 \Leftrightarrow -12\lambda > 0 \Leftrightarrow \lambda < 0$.

β. $S = -\dfrac{\beta}{\alpha} = 2\lambda$ και $P = \dfrac{\gamma}{\alpha} = \lambda(\lambda+3)$
$P - S = 12 \Leftrightarrow \lambda^2 + 3\lambda - 2\lambda - 12 = 0 \Leftrightarrow \lambda^2 + \lambda - 12 = 0$ οπότε $\lambda = 3$ απορρίπτεται αφού $\lambda < 0$ ή $\lambda = -4$ δεκτή.

γ. Για $\lambda = -4$ η εξίσωση είναι $x^2 + 8x + 4 = 0$ και $S = x_1 + x_2 = -8$ και $P = x_1x_2 = 4$

$$A = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1x_2} = \frac{(x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2}{x_1x_2} = 14$$

$$B = |x_1 - x_2| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2} = \sqrt{x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2} = \sqrt{(x_1+x_2)^2 - 4x_1x_2} =$$
$$= \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$2^{ος}$ Τρόπος

$$B = |x_1 - x_2| = \left|\frac{-\beta + \sqrt{\Delta} + \beta + \sqrt{\Delta}}{2\alpha}\right| = \left|\frac{\sqrt{\Delta}}{\alpha}\right| = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

ΘΕΜΑ Δ

i.

$$\Delta_1 = \left(\sqrt{27} - \sqrt{12}\right)\cdot\left(\sqrt{48} - \sqrt{75} + \sqrt{108}\right) + 6 \Leftrightarrow$$
$$\Delta_1 = \left(\sqrt{9\cdot 3} - \sqrt{4\cdot 3}\right)\cdot\left(\sqrt{16\cdot 3} - \sqrt{25\cdot 3} + \sqrt{36\cdot 3}\right) + 6 \Leftrightarrow$$
$$\Delta_1 = \left(3\sqrt{3} - 2\sqrt{3}\right)\cdot\left(4\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 6\sqrt{3}\right) + 6 \Leftrightarrow$$
$$\Delta_1 = \left(\sqrt{3}\right)\cdot\left(5\sqrt{3}\right) + 6 \Leftrightarrow \Delta_1 = 5\sqrt{3}^2 + 6 \Leftrightarrow \Delta_1 = 21$$

Το 21 αντιστοιχεί στο γράμμα Φ.

ii.

$$\Delta_2 = \left(\sqrt{3}+1\right)^3 - \left(\sqrt{3}-1\right)^3 - \sqrt{225} \Leftrightarrow$$

$$\Delta_2 = \sqrt{3}^3 + 3\sqrt{3}^2 + 3\sqrt{3} + 1 - \sqrt{3}^3 + 3\sqrt{3}^2 - 3\sqrt{3} + 1 - 15 \Leftrightarrow$$

$$\Delta_2 = 9+1+9+1-15 \Leftrightarrow \Gamma_2 = 5$$

Το 5 αντιστοιχεί στο γράμμα Ε

$2^{ος}$ Τρόπος

$$\Delta_2 = \left(\sqrt{3}+1\right)^3 - \left(\sqrt{3}-1\right)^3 - \sqrt{225} =$$

$$= \left(\sqrt{3}+1-\sqrt{3}+1\right)\left[\left(\sqrt{3}+1\right)^2 + \left(\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}-1\right) + \left(\sqrt{3}-1\right)^2\right] - 15 =$$

$$= 2\left[\left(\sqrt{3}+1+\sqrt{3}-1\right)^2 - 2\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}-1\right) + 3 - 1\right] - 15 =$$

$$= 2\cdot 10 - 15 = 5$$

iii.

$$\Delta_3 = \sqrt{10}\cdot\sqrt{4-\sqrt{6}}\cdot\sqrt{4+\sqrt{6}} + \sqrt{25} \Leftrightarrow \Delta_3 = \sqrt{10}\cdot\sqrt{4^2 - \sqrt{6}^2} + 5 \Leftrightarrow$$

$$\Delta_3 = \sqrt{10}\cdot\sqrt{10} + 5 \Leftrightarrow \Delta_3 = 15$$

Το 15 αντιστοιχεί στο γράμμα Ο.

Δ_3	Δ_2	Δ_1	Δ_2
Ο	**Ε**	**Φ**	**Ε**

iv. $2|4-x| + 27 = |2x-8| + |x - \Delta_3 + 11| + \Delta_2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2|x-4| + 27 = 2|x-4| + |x-15+11| + 5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow |x-4| = 22 \Leftrightarrow x-4 = 22$ ή $x-4 = -22 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 26$ ή $x = -18$