

ΤΑΞΗ: Α' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Κυριακή 17 Απριλίου 2016

Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς a και β ισχύει:

$$|a \cdot \beta| = |a| \cdot |\beta|$$

Μονάδες 15

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Για οποιουσδήποτε αριθμούς a , β και θετικό ακέραιο n ισχύει η ισοδυναμία: $a \geq \beta \Leftrightarrow a^n > \beta^n$.

β. Για κάθε πραγματικό αριθμό a ισχύει $|a| \geq -a$.

γ. Για δύο συμπληρωματικά ενδεχόμενα A και A' ισχύει πάντοτε $P(A') = 1 + P(A)$.

δ. Η εξίσωση $x^n = a$, με $a > 0$ και n περιττό φυσικό αριθμό έχει ακριβώς μία λύση την $\sqrt[n]{a}$.

ε. Έστω $A(\alpha, \beta)$ ένα σημείο του καρτεσιανού επιπέδου. Το συμμετρικό του ως προς τη διχοτόμο της 1^{ns} και 3^{ns} γωνίας των αξόνων είναι το σημείο $A'(\beta, \alpha)$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

B1. Να λύσετε τις εξισώσεις:

i) $x^2 - x - 6 = 0$

Μονάδες 4

ii) $(x-1)^2 - |x-1| - 6 = 0$

Μονάδες 8

B2. i) Να λύσετε την ανίσωση $-x^2 + x + 6 < 0$

Μονάδες 6

ii) Για ποιες τιμές του πραγματικού αριθμού λ η εξίσωση $x^2 + 2x + \frac{\lambda^2}{4} = 0$ είναι αδύνατη στο \mathbb{R} ;

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{3 - |1-x| + |k^3 + 1|}$, $k \in \mathbb{R}$

Γ1. Να αποδείξετε ότι το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f είναι το $A = [-2, 4]$.

Μονάδες 10

Γ2. Να βρείτε την τιμή του k για την οποία το σημείο $M(-1, 1)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .

Μονάδες 8

Γ3. Έστω ο δειγματικός χώρος $\Omega = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$. Παίρνουμε τυχαία ένα στοιχείο ω του Ω . Να βρείτε την πιθανότητα το $f(\omega)$ να έχει νόημα.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 4x + 2$, $x \in \mathbb{R}$.

Δ1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $f(x)=0$ έχει δύο ρίζες αντίστροφες.

Μονάδες 3

Δ2. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $f(x)=0$, να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$$A = \frac{\sqrt{f(0)}}{\sqrt{f(-1)-f(0)} - \sqrt{f(0)}} + \frac{\sqrt{f(-1)-f(0)}}{\sqrt{f(-1)-f(0)} + \sqrt{f(0)}}$$

Μονάδες 6

$$B = x_1^3 x_2 + x_1 x_2^3$$

Μονάδες 6

$$\Gamma = \sqrt{x_1^2} \cdot |x_2|$$

Μονάδες 3

Δ3. Αν $A = \frac{7}{3}$, $B = 24$ και $\Gamma = 2$

i. Να σχεδιάσετε την ευθεία (ε): $y = \Gamma x + \frac{B-10}{A}$ σε ένα σύστημα συντεταγμένων Oxy.

Μονάδες 3

ii. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζει η ευθεία (ε) με τους άξονες $x'x$, $y'y$.

Μονάδες 4