

**ΤΑΞΗ:** Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
**ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ:** ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ  
**ΜΑΘΗΜΑ:** ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

**Ημερομηνία:** Πέμπτη 7 Ιανουαρίου 2016  
**Διάρκεια Εξέτασης:** 2 ώρες

### ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

#### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{a} = (x_1, y_1)$  και  $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$  με συντελεστές διεύθυνσης  $\lambda_1$  και  $\lambda_2$  αντίστοιχα. Δείξτε ότι  $\vec{a} \parallel \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2$ .

(15 μονάδες)

**A2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό** αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Η εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$  με  $A \neq 0$  ή  $B \neq 0$  παριστάνει πάντοτε ευθεία με συντελεστή διεύθυνσης  $\lambda = \frac{B}{A}$ .

**β)** Αν  $\vec{a} \cdot \vec{\beta} + |\vec{a}| |\vec{\beta}| = 0$  τότε  $\vec{a} \perp \vec{\beta}$ .

**γ)** Ισχύει  $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = a \cdot \text{προβ}_{\vec{\beta}} \vec{a}$ ,  $\vec{\beta} \neq \vec{0}$ .

**δ)** Αν η γωνία της ευθείας  $\varepsilon$  με τον άξονα  $x'x$  είναι  $90^\circ$  τότε ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας είναι 0.

**ε)** Για τα μη μηδενικά διανύσματα  $\vec{a}$  και  $\vec{\beta}$ , που σχηματίζουν γωνία  $\theta$  ισχύει

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{\beta}}{|\vec{a}| |\vec{\beta}|}$$

(10 μονάδες)

#### ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα σημεία  $A(1,2)$ ,  $K(-1,4)$  και το διάνυσμα  $\vec{A\Gamma} = (4,3)$ .

**B1.** Βρείτε το συμμετρικό  $B$ , του σημείου  $A$  ως προς το  $K$ .

**B2.** Βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου  $\Gamma$  και του  $\vec{B\Delta}$ , που είναι η προβ $_{\vec{BA}}$   $\vec{B\Gamma}$ .

**B3.** Υπολογίστε το μέτρο  $|\vec{AK} - 2\vec{K\Gamma}|$ .

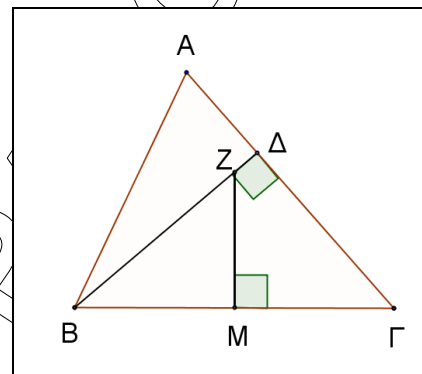
(7-10-8 μονάδες)

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $\Gamma(5, 4)$ .

Η πλευρά  $AB$  έχει εξίσωση  $2x - y + 4 = 0$ , ενώ το ύψος  $B\Delta$  έχει εξίσωση  $y = 11 - 5x$ .

- Γ1. Βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής  $B$ .
- Γ2. Βρείτε την εξίσωση της πλευράς  $A\Gamma$ .
- Γ3. Αν  $B(1, 6)$  τότε βρείτε την εξίσωση της μεσοκαθέτου της πλευράς  $B\Gamma$  και το σημείο τομής  $Z$ , της μεσοκαθέτου με το ύψος  $B\Delta$ .  
(7,8,10 μονάδες)



**ΘΕΜΑ Δ**

- Δ1. Δίνονται τα σημεία  $A(\kappa, 5)$  και  $B(4, \kappa+4)$ ,  $\kappa \in \mathbb{R}$ . Βρείτε το γεωμετρικό τόπο του μέσου  $M$  του  $AB$ .
- Δ2. Αν η ευθεία  $(\varepsilon)$ , που διέρχεται από τα  $A(\kappa, 5)$  και  $B(4, \kappa+4)$  είναι παράλληλη στην ευθεία  $\varepsilon_1: y - 2x + 5 = 0$ , τότε να βρείτε τον  $\kappa \in \mathbb{R}$  και να δείξετε ότι η ευθεία  $(\varepsilon)$  έχει εξίσωση:  $2x - y - 1 = 0$ .
- Δ3. Έστω τα διανύσματα  $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{\beta}$  και  $\vec{v} = \vec{a} - 2\vec{\beta}$ , όπου  $\vec{a}, \vec{\beta}$  διανύσματα με  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{\beta}| = 1$  και  $(\vec{a}, \vec{\beta}) = \frac{2\pi}{3}$ .
  - α) Βρείτε το γινόμενο  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  και το μέτρο  $|\vec{v}|$ .
  - β) Βρείτε το σημείο  $\Gamma$  της ευθείας  $(\varepsilon)$  του ερωτήματος Δ2 και τον  $\mu \in \mathbb{R}$  ώστε:  

$$(\vec{u}\vec{v})\vec{B\Gamma} + (|\vec{v}|^2 - 2)\vec{AB} = (4, \mu + 1).$$
 (6,7,6,6 μονάδες)