

**ΤΑΞΗ: Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ / ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ**

**Ημερομηνία: Τετάρτη 7 Ιανουαρίου 2015**

**Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες**

**ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Να αποδείξετε ότι:

$$\vec{a} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1, \text{ όπου } \lambda_1 = \lambda_{\vec{a}} \text{ και } \lambda_2 = \lambda_{\vec{\beta}}, \text{ εφόσον } \vec{a}, \vec{\beta} \parallel y'y.$$

**(Μονάδες 15)**

**A2.** Να χαρακτηρίσετε στο τετράδιό σας ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις:

**α)** Αν  $\vec{a} \perp \vec{\beta}$ , τότε,  $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = 0$  και αντιστρόφως.

**β)** Αν  $\lambda \vec{a} = \mu \vec{a}$ , τότε σε κάθε περίπτωση  $\lambda = \mu$ .

**γ)** Η εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$ , όπου  $A, B, \Gamma \in \mathbb{R}$  σε κάθε περίπτωση παριστάνει ευθεία.

**δ)** Κάθε διάνυσμα  $\vec{a}$  του επιπέδου γράφεται κατά μοναδικό τρόπο στη μορφή  $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j}$ .

**ε)** Το εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων είναι ίσο με το άθροισμα των γινομένων των ομωνύμων συντεταγμένων τους.

**(Μονάδες 10)**

**ΘΕΜΑ Β**

Για δύο διανύσματα  $\vec{a}, \vec{\beta}$  του καρτεσιανού επιπέδου ισχύουν οι σχέσεις:

$$\vec{a} + \vec{\beta} = (0, 5) \text{ και } 2\vec{a} - \vec{\beta} = (3, 1).$$

**B1.** Να αποδείξετε ότι  $\vec{a} = (1, 2)$  και  $\vec{\beta} = (-1, 3)$ .

**(Μονάδες 7)**

**B2.** Να υπολογίσετε την γωνία  $\widehat{(\vec{a}, \vec{\beta})}$ .

**(Μονάδες 9)**

**B3.** Να βρείτε το διάνυσμα  $\text{προβ}_{\vec{\beta}} \vec{a}$ .

**(Μονάδες 9)**

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2015**  
Α΄ ΦΑΣΗ

**E\_3.AM12ΘT(ε)**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνονται τα σημεία  $A(-3, 2)$ ,  $B(2, 3)$  και  $\Gamma(4, 1)$  του επιπέδου  $Oxy$ .

- Γ1.** Να δείξετε ότι τα σημεία  $A$ ,  $B$  και  $\Gamma$  δεν είναι συνευθειακά.  
(Μονάδες 7)
- Γ2.** Να δείξετε η μεσοκάθετος ( $\epsilon$ ) του ευθύγραμμου τμήματος  $B\Gamma$  έχει εξίσωση  $y = x - 1$ .  
(Μονάδες 8)
- Γ3.** Να βρείτε τις συντεταγμένες του συμμετρικού του σημείου  $A$  ως προς την ευθεία ( $\epsilon$ ).  
(Μονάδες 10)

**ΘΕΜΑ Δ**

Σε ένα καρτεσιανό επίπεδο  $Oxy$  θεωρούμε τα μη μηδενικά διανύσματα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  και τα σημεία  $A(|\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|, 0)$ ,  $B(0, \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta})$ , έτσι ώστε το τρίγωνο  $OAB$  να είναι ισοσκελές.

- Δ1.** Να αποδείξετε ότι  $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$ .  
(Μονάδες 8)
- Δ2.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας, που διέρχεται από τα σημεία  $A$  και  $B$  είναι  $\epsilon_1: y = x - |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$  ή  $\epsilon_2: y = -x + |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$ .  
(Μονάδες 8)
- Δ3.** Αν η ευθεία  $x = -1$  τέμνει τις διαφορετικές ευθείες  $\epsilon_1: y = x - |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$ ,  $\epsilon_2: y = -x + |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$  στα  $\Lambda, \text{Κ}$  αντίστοιχα και ισχύει  $\vec{OK} \cdot \vec{OL} = -3$ , να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$ .  
(Μονάδες 9)

**Σας ευχόμαστε Επιτυχία**