

ΤΑΞΗ: 3^η ΤΑΞΗ ΕΠΑ.Λ. (Α΄ ΟΜΑΔΑ)

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι/ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Κυριακή 27 Απριλίου 2014

Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Τι ονομάζεται ορισμένο ολοκλήρωμα μιας συνάρτησης f από το a έως το b (a, b πραγματικοί αριθμοί);

(Μονάδες 5)

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Σε ένα δείγμα η διάμεσος είναι πάντα ακέραιος αριθμός.

2. Μια συνάρτηση f που είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, τότε είναι και συνεχής στο x_0 .

3. Ισχύει: $\int_a^\beta f(x)dx = \int_a^\gamma f(x)dx + \int_\gamma^\beta f(x)dx$, όπου $a < \gamma < \beta$.

4. Μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 , αν ισχύει μόνο $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$.

5. Ισχύει: $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$, όπου $c =$ πραγματικός αριθμός.

(Μονάδες 10)

A3. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες, αφού τις μεταφέρετε στο τετράδιό σας.

1. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$, και $v =$ ακέραιος, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x)]^v = \dots$

2. $\left(\frac{1}{x}\right)' = \dots$

3. $c =$ πραγματικός αριθμός, $\int_a^\beta c dx = \dots$

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2014

E_3.ΜΕΛ3Α(ε)

4. Αν σε ένα διάστημα (α, β) που περιέχει ένα x_0 , και ισχύει $f(x) \geq f(x_0)$, τότε η f έχει στο x_0 τοπικό ...
5. Η παράγουσα της $\frac{g'(x)}{g(x)}$, όπου $g(x) > 0$, είναι η ...

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Β

Ρωτήσαμε κάποιους μαθητές της Γ' τάξης ενός ΕΠΑ.Λ., για το πόσα βιβλία αγόρασαν την χρονιά που μας πέρασε και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα:

Αριθμός βιβλίων x_i	Συχνότητα v_i	Σχετική συχνότητα $f_i\%$	Αθροιστική σχετική συχνότητα $F_i\%$	Αθροιστική συχνότητα N_i	$x_i \cdot v_i$
0				5	
2		20			
4					20
6			70		
8	15				
ΣΥΝΟΛΑ					

- B1.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε. **(Μονάδες 7)**
- B2.** Να υπολογιστεί η μέση τιμή. **(Μονάδες 5)**
- B3.** Να βρεθεί η διάμεσος. **(Μονάδες 5)**
- B4.** Να υπολογιστεί η διακύμανση. **(Μονάδες 5)**
- B5.** Να βρεθεί η νέα μέση τιμή αν όλοι οι μαθητές αγοράσουν 2 βιβλία παραπάνω ο καθένας. **(Μονάδες 3)**

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-x^2 + 6x - 8}{2 - \sqrt{x+2}}, & x > 2 \\ \kappa^3, & x = 2 \\ \lambda \cdot \frac{x^2 + 4}{x + 2} \cdot e^{x-2}, & 0 < x < 2 \end{cases} \quad \text{όπου } \kappa, \lambda \text{ πραγματικοί αριθμοί.}$$

- Γ1.** Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης. (Μονάδες 3)
- Γ2.** Να βρεθεί το $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$. (Μονάδες 7)
- Γ3.** Να βρεθεί το $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$. (Μονάδες 5)
- Γ4.** Να υπολογιστεί η τιμή του πραγματικού αριθμού λ , ώστε να υπάρχει το όριο της συνάρτησης στο $x=2$. (Μονάδες 5)
- Γ5.** Να υπολογιστεί η τιμή του πραγματικού αριθμού κ , ώστε η συνάρτηση να είναι συνεχής στο $x=2$. (Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{\alpha + \ln x}{x}$, $x > 0$, η οποία παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο $x = 1$.

- Δ1.** Να αποδείξετε ότι $\alpha = 1$. **(Μονάδες 5)**
- Δ2.** Να μελετήσετε την συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και να βρείτε το είδος του τοπικού ακρότατου. **(Μονάδες 7)**
- Δ3.** Να αποδείξετε ότι $f(x) \leq 1$, όταν $x > 0$. **(Μονάδες 5)**
- Δ3.** Να υπολογίσετε το εμβαδά του χωρίου που περικλείεται από την $g(x) = f(x) \cdot x - 1$, $x > 0$, τον άξονα x και τις ευθείες $x = 1$ και $x = e$. **(Μονάδες 8)**