ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2014 **Ε_3.Γλ1(α)**

ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Ημερομηνία: Κυριακή 13 Απριλίου 2014
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

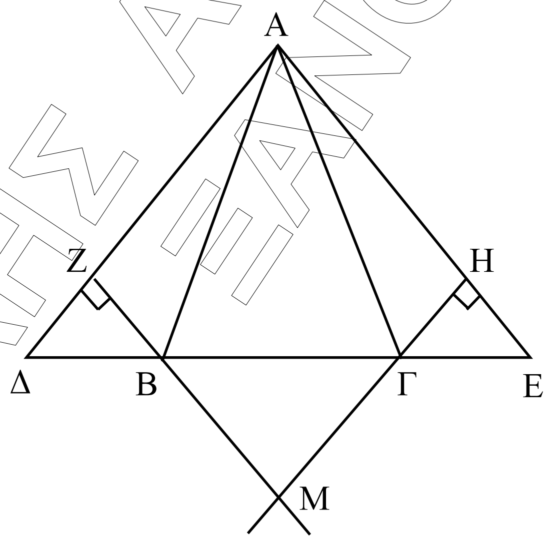
ΘΕΜΑ Α

Α1. Παρ. 3.5 σελ. 62, Θεώρημα ΙΙ

Α2. **α)** Σωστό, **β)** Σωστό, **γ)** Λάθος.

Α3. **α.** i, **β.** ii

ΘΕΜΑ Β

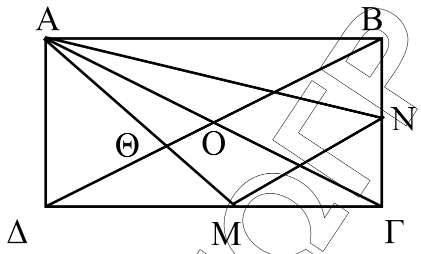


Β1. Αφού ΔΒ = ΓΕ, ΑΒ = ΑΓ, $A\hat{B}\Delta = A\hat{\Gamma}E$, (σαν παραπληρωματικές των προσκείμενων στη βάση του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ, ίσων γωνιών Β και Γ) θα είναι $A\overset{\Delta}{B}\Delta = A\overset{\Delta}{\Gamma}E$ οπότε ΑΔ = ΑΕ, δηλαδή $A\overset{\Delta}{\Delta}E$ ισοσκελές.

Β2. Έχουμε ΔΒ = ΓΕ, $\hat{Z} = \hat{H} = 90^o$ και $\hat{\Delta} = \hat{E}$ (προσκείμενες στη βάση του ισοσκελούς τριγώνου ΑΔΕ). Άρα $\Delta\overset{\Delta}{B}Z = \Gamma\overset{\Delta}{E}H$ οπότε ΒΖ=ΓΗ.

Β3. Έχουμε $M\hat{B}\Gamma = M\hat{\Gamma}B$, σαν κατακορυφήν των ίσων γωνιών ΔΒΖ και ΕΓΗ των ίσων τριγώνων του προηγούμενου ερωτήματος, οπότε το τρίγωνο ΒΓΜ είναι ισοσκελές.

ΘΕΜΑ Γ



Γ1. Είναι ΑΓ = 2ΑΔ και $\overset{\triangle}{A\Gamma\Delta}$ ορθογώνιο στο Δ, οπότε $A\hat{\Gamma}\Delta = 30^o$ και $\Delta\hat{A}\Gamma = 90^o - A\hat{\Gamma}\Delta = 60^o$.

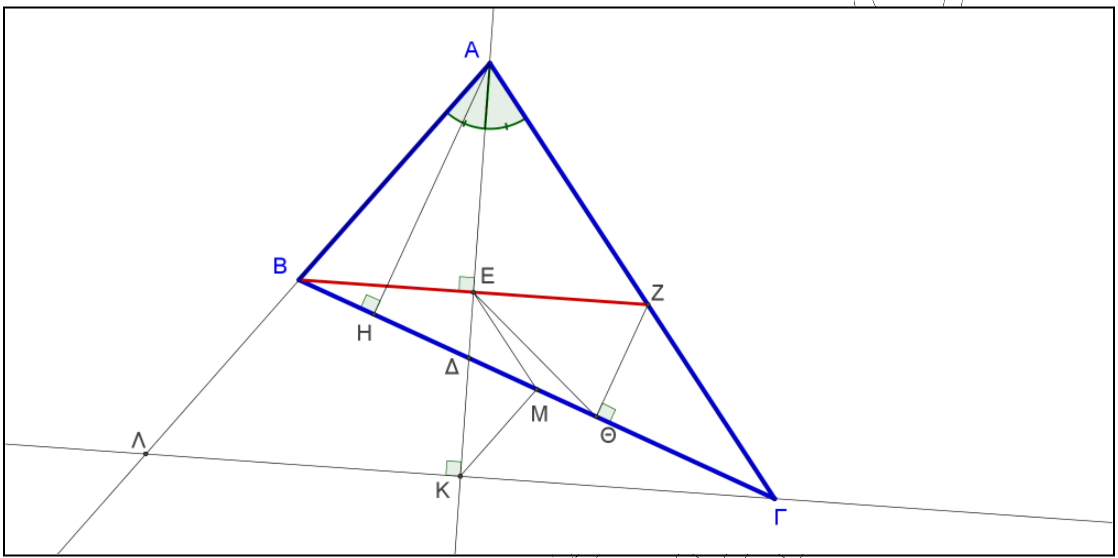
Είναι $AO = \frac{1}{2}A\Gamma$ **=ΑΔ.** Αφού διχοτομούνται και είναι ίσες οι διαγώνιες του ορθογωνίου θα έχουμε $\Delta O = \frac{1}{2}\cdot\Delta B = \frac{1}{2}\cdot A\Gamma = A\Delta$.

Άρα το τρίγωνο ΑΟΔ είναι ισόπλευρο, δηλαδή οι γωνίες του είναι 60^o η κάθε μία.

Γ2. Είναι ΔΟ διάμεσος του $\overset{\triangle}{A\Delta\Gamma}$ και ΑΜ διάμεσος του $\overset{\triangle}{A\Delta\Gamma}$, οπότε Θ βαρύκεντρο του ΑΒΓ.
Άρα ΔΘ= $2\cdot$ΘΟ =2α.
και $\Delta O = 3\Theta O = 3\alpha$ οπότε $B\Delta = 2\Delta O = 6\alpha = A\Gamma$ (διότι οι διαγώνιες ορθογωνίου είναι ίσες).
Όμως $A\Delta = \frac{1}{2}A\Gamma = \frac{1}{2}6\alpha = 3\alpha$.

Γ3. Αφού Μ μέσο ΔΓ και Ν μέσο ΓΒ θα είναι ΜΝ//ΒΔ δηλαδή ΒΝΜΔ τραπέζιο με διάμεσο $\delta = \frac{B\Delta + MN}{2} = \frac{6\alpha + 3\alpha}{2} = \frac{9\alpha}{2}$ αφού το τμήμα ΜΝ είναι το μισό της ΒΔ.

ΘΕΜΑ Δ



Δ1. Αφού ΑΕ είναι διχοτόμος και ύψος στο $\overset{\Delta}{\mathrm{ABZ}}$ θα είναι $\overset{\Delta}{\mathrm{ABZ}}$ ισοσκελές και ΑΕ διάμεσος, δηλαδή Ε μέσο του ΒΖ και ΒΕ = ΕΖ. Στο ορθογώνιο τρίγωνο $\overset{\Delta}{\mathrm{Z\Theta B}}$ η ΘΕ είναι διάμεσος στην υποτείνουσα ΒΖ, άρα $\mathrm{E\Theta} = \dfrac{\mathrm{BZ}}{2} = \mathrm{BE}$, οπότε το τρίγωνο ΒΕΘ είναι ισοσκελές.

Δ2. Το τετράπλευρο ΑΒΗΕ είναι εγγράψιμο αφού η πλευρά ΑΒ φαίνεται από τις κορυφές Η και Ε με ίσες γωνίες $\mathrm{B\hat{H}A} = \mathrm{B\hat{E}A} = 90^o$.

Δ3. Τα τρίγωνα $\overset{\Delta}{\mathrm{ABZ}}$ και $\overset{\Delta}{\mathrm{A\Lambda\Gamma}}$ είναι ισοσκελή αφού η διχοτόμος της γωνίας Α ταυτίζεται με τα αντίστοιχα ύψη τους. Άρα ΑΒ = ΑΖ και ΑΛ = ΑΓ οπότε αφαιρώντας τις ισότητες κατά μέλη προκύπτει ΒΛ = ΖΓ.

Δ4. Τα Ε και Μ είναι μέσα των πλευρών ΒΖ και ΒΓ του τριγώνου ΒΖΓ οπότε $\mathrm{EM} = // \dfrac{\mathrm{Z\Gamma}}{2}$ και τα Μ και Κ είναι μέσα των πλευρών ΒΓ και ΛΓ του τριγώνου ΓΒΛ οπότε $\mathrm{MK} = // \dfrac{\mathrm{B\Lambda}}{2}$. Αφού ΒΛ = ΓΖ θα είναι και ΕΜ = ΜΚ, δηλαδή το τρίγωνο ΕΜΚ είναι ισοσκελές και από τις προηγούμενες παραλληλίες έχουμε $\mathrm{E\hat{M}\Delta} = \hat{\Gamma}$ (εντός – εκτός και επί τα αυτά μέρη) και $\mathrm{B\hat{M}K} = \hat{\mathrm{B}}$ (εντός εναλλάξ), οπότε $\mathrm{E\hat{M}K} = \hat{\Gamma} + \hat{\mathrm{B}} = 180^o - \hat{\mathrm{A}}$.