

ΤΑΞΗ: 3^η ΤΑΞΗ ΕΠΑ.Λ. (Α΄ ΟΜΑΔΑ)

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι/ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Μ. Τετάρτη 11 Απριλίου 2012

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Σχολικό βιβλίο σελ. 64

A2. $\alpha \rightarrow \Sigma$, $\beta \rightarrow \Lambda$, $\gamma \rightarrow \Lambda$, $\delta \rightarrow \Sigma$, $\epsilon \rightarrow \Sigma$.

A3. α. $(e^{-x})' = e^{-x} \cdot (-x)' = -e^{-x}$

β. $\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$

γ. Το κέντρο κάθε κλάσης ενός δείγματος ισούται με το **ημιάθροισμα** των άκρων της κλάσης.

δ. Αν διαιρέσουμε την συχνότητα n_i μιας μεταβλητής X με το μέγεθος n του δείγματος προκύπτει η **σχετική συχνότητα** της τιμής x_i .

ε. $\int_a^b \text{συν} x dx = [\eta \mu x]_a^b = \eta \mu \beta - \eta \mu \alpha$.

ΘΕΜΑ Β

B1. $\alpha = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{2x - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{2(x-2)} = \frac{2+2}{2} = 2$.

B2. Τότε οι τιμές είναι 8, 14, 20, 12, 16 και $\bar{x} = \frac{8+14+20+12+16}{5} = \frac{70}{5} = 14$.

B3. Εύρος $\mathbb{R} = 20 - 8 = 12$

Γράφουμε με αύξουσα σειρά τις παρατηρήσεις: 8, 12, 14, 16, 20. Η μεσαία παρατήρηση είναι η 3^η, με τιμή 14 δηλαδή $\delta = 14$.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2012

E_3.ΜΕΛ3Α(α)

$$\begin{aligned}
 \text{B4. } S^2 &= \frac{(8-14)^2 + (12-14)^2 + (14-14)^2 + (16-14)^2 + (20-14)^2}{5} = \\
 &= \frac{36+4+0+4+36}{5} = \frac{80}{5} = 16 \text{ δηλαδή } S = \sqrt{16} = 4.
 \end{aligned}$$

$$\text{Άρα } CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{4}{14} = 0,142 = 14,2\% > 10\%.$$

Άρα δεν είναι ομοιογενές το δείγμα.

ΘΕΜΑ Γ

$$\text{Γ1. } \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 7x + 10}{2(x^2 - 2x)} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x-5)}{2x(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-5}{2x} = \frac{2-5}{2 \cdot 2} = \frac{-3}{4}.$$

$$\text{Γ2. } \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x - \lambda}{4} = \frac{2 - \lambda}{4}$$

$$\text{Γ3. Πρέπει: } \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) \Leftrightarrow \frac{-3}{4} = \frac{2-\lambda}{4} \Leftrightarrow -3 = 2-\lambda \Leftrightarrow \lambda = 5.$$

Γ4. Για $\lambda = 5$

$$\begin{aligned}
 \int_{\lambda-4}^2 \frac{(\lambda-2)x^3 + 2x^2 - 7x + 1}{x} dx &= \int_1^2 \frac{3x^3 + 2x^2 - 7x + 1}{x} dx = \int_1^2 \left(3x^2 + 2x - 7 + \frac{1}{x} \right) dx = \\
 &= \left[x^3 + x^2 - 7x + \ln|x| \right]_1^2 = (8 + 4 - 14 + \ln 2) - (1 + 1 - 7 + 0) = \\
 &= (-2 + \ln 2) - (-5) = 3 + \ln 2.
 \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ Δ

$$\text{Δ1. Αν } f(1) = -1 \Leftrightarrow 2\ln 1 + a \cdot 1 = -1 \Leftrightarrow 0 + a = -1 \Leftrightarrow a = -1.$$

$$\text{Δ2. Τότε } f(x) = 2\ln x - x \text{ και } f'(x) = \frac{2}{x} - 1 = \frac{2-x}{x}, \quad x > 0.$$

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2012

E_3.ΜΕΛ3Α(α)

i. Αν $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2-x}{x} = 0 \Leftrightarrow 2-x=0 \Leftrightarrow x=2$.

| | | | |
|---------|---|------|-----------|
| x | 0 | 2 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | + | 0 | - |
| $f(x)$ | ↗ | τ.μ. | ↘ |

Άρα $f \uparrow (0, 2]$ και $f \downarrow [2, +\infty)$.

ii. Παρουσιάζει μέγιστο για $x = 2$ με τιμή $f(2) = 2\ln 2 - 2$.

iii.
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{xf'(x)}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x \left(\frac{2-x}{x} \right)}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2-x}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2-x)(\sqrt{x} + \sqrt{2})}{(\sqrt{x} - \sqrt{2})(\sqrt{x} + \sqrt{2})} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2-x)(\sqrt{x} + \sqrt{2})}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} -(\sqrt{x} + \sqrt{2}) = -(\sqrt{2} + \sqrt{2}) = -2\sqrt{2}.$$