

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΕΠΑ.Λ. Α΄ & Β΄

21 ΜΑΪΟΥ 2015

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Για μία συνεχή συνάρτηση f να γράψετε τις τρεις κατηγορίες σημείων, τα οποία είναι πιθανές θέσεις τοπικών ακροτάτων.

Μονάδες 6

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η επικρατούσα τιμή μίας μεταβλητής είναι μοναδική.

(Μον. 2)

β) Έστω συνεχής συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ και x_0 ένα στάσιμο σημείο της f (δηλαδή $f'(x_0) = 0$). Αν η f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο x_0 , τότε παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο x_0 όταν $f''(x_0) < 0$.

(Μον. 2)

γ) Έστω συνάρτηση f συνεχής στο $[a, \beta]$. Τότε ισχύει:

$$\int_a^\alpha f(x) dx = \alpha, \text{ όπου } \alpha \in \mathbb{R}^*$$

(Μον. 2)

δ) Αν οι συναρτήσεις $f, g: A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι παραγωγίσιμες στο πεδίο ορισμού τους A , τότε και η $f \cdot g$ είναι παραγωγίσιμη στο A και ισχύει:

$$(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

(Μον. 2)

ε) Η σχετική συχνότητα τιμής x_i μίας μεταβλητής συμβολίζεται με f_i και ισχύει

$$f_i = \frac{v_i}{v}$$

(Μον. 2)

Μονάδες 10

A3. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε:

α) $\int_a^\beta \frac{1}{x} dx = \dots$, με $\beta > a > 0$

(Μον. 3)

β) $(c)' = \dots$, αν c σταθερά.

(Μον. 3)

γ) Αν η μεταβλητή x παίρνει τιμές x_1, x_2, \dots, x_k με αντίστοιχες συχνότητες v_1, v_2, \dots, v_k , τότε η μέση τιμή της μεταβλητής είναι: $\bar{x} = \dots$

(Μον. 3)
Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

Οι χρόνοι (σε λεπτά) 50 μαθητών της Γ' τάξης ενός ΕΠΑ.Λ. για να γράψουν ένα διαγώνισμα, δίνονται στον παρακάτω πίνακα κατανομής:

Χρόνος σε λεπτά	Κέντρο κλάσης k_i	Συχνότητα v_i	Αθροιστική Συχνότητα N_i	$k_i \cdot v_i$
[5, 15)		20		
[15, 25)			34	
[25, 35)		12		
[35, 45)				
ΣΥΝΟΛΑ		$n = 50$		

B1. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον προηγούμενο πίνακα και να τον συμπληρώσετε σωστά.

Μονάδες 7

B2. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή \bar{x} του χρόνου, που χρειάστηκαν οι μαθητές για να γράψουν το διαγώνισμα.

Μονάδες 5

B3. Να υπολογίσετε τη διακύμανση s^2 (Μον. 7) και την τυπική απόκλιση s της μεταβλητής (Μον. 2).

Μονάδες 9

B4. Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβλητότητας CV%.

Μονάδες 4

(Δίνεται: $\sqrt{96} \approx 10$)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{\lambda x - 2\lambda}, & \text{αν } x > 2 \\ 4x + 4e^{x-2}, & \text{αν } x \leq 2 \end{cases}$$

όπου $\lambda \in \mathbb{R}^*$.

Γ1. Να βρείτε το:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$$

Μονάδες 4

Γ2. Να βρείτε το:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$$

Μονάδες 8

Γ3. Να βρείτε για ποιές τιμές του λ η συνάρτηση είναι συνεχής στο $x_0 = 2$.

Μονάδες 6

Γ4. Για $\lambda = 1$ να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_1^2 f(x) dx$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Μία ομάδα περιβαλλοντολόγων εκτιμά ότι το βάρος B (B σε τόνους) ενός παγόβουνου μεταβάλλεται με τον χρόνο t (t σε έτη) σύμφωνα με τη συνάρτηση:

$$B(t) = \frac{t^3}{3} + 2t^2 + 12t + 15, \quad 0 \leq t \leq 10$$

Δ1. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής του βάρους του παγόβουνου.

Μονάδες 5

Δ2. Ποιά χρονική στιγμή το βάρος του παγόβουνου γίνεται μέγιστο;

Μονάδες 8

Δ3. Να αποδείξετε ότι, αν $t \in [6, 9]$, τότε ισχύει:

$$B(9) \leq B(t) \leq B(6)$$

Μονάδες 5

Δ4. Ποιά χρονική στιγμή ο ρυθμός μεταβολής του βάρους του παγόβουνου γίνεται μέγιστος;

Μονάδες 7