

**ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ**

**Ημερομηνία: Κυριακή 27 Απριλίου 2014**

**Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες**

**ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Σε κάθε περίπτωση από τις παρακάτω να βάλετε σε κύκλο το γράμμα (Σ) αν ο ισχυρισμός είναι σωστός ή το γράμμα (Λ) αν ο ισχυρισμός είναι λάθος.

α) Αν οι αριθμοί  $\alpha, \beta$  είναι ομόσημοι, τότε  $\alpha \beta \leq 0$ .

**Μονάδες 2**

β) Για κάθε  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  ισχύει  $|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$ .

**Μονάδες 2**

γ) Η ευθεία  $y = -x$  είναι διχοτόμος των γωνιών  $x\hat{O}y$  και  $x'\hat{O}y'$  των αξόνων.

**Μονάδες 2**

δ) Αν  $A(\alpha, \beta)$  είναι ένα σημείο του καρτεσιανού επιπέδου, το συμμετρικό του ως προς τον άξονα  $x'x$  είναι το σημείο  $\Delta(\alpha, -\beta)$ .

**Μονάδες 2**

ε) Η απόσταση των αριθμών  $\alpha, \beta$  είναι ίση με  $|\beta - \alpha|$ .

**Μονάδες 2**

**A2.** Αν  $\alpha, \beta > 0$ , να αποδείξετε ότι  $\sqrt{\alpha} \sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha\beta}$ .

**Μονάδες 15**

**ΘΕΜΑ Β**

Έστω τα ενδεχόμενα  $A, B$  ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$ , του οποίου τα απλά ενδεχόμενα είναι ισοπίθανα, με  $P(A) = \frac{1}{2}$ ,  $P(B) = \frac{2}{3}$  και  $P(A - B) = \frac{1}{3}$ .

**B1.** Να υπολογίσετε τις πιθανότητες  $P(B)$  (μονάδες 4) και  $P(A \cap B)$  (μονάδες 5).

**Μονάδες 9**

**B2.** Να υπολογίσετε την πιθανότητα  $P(A \cup B)$ .

**Μονάδες 8**

**B3.** Αν  $P(B) = \frac{1}{3}$  και  $N(B) = 40$ , να υπολογίσετε το  $N(\Omega)$ .

**Μονάδες 8**

**ΘΕΜΑ Γ**

Σε αριθμητική πρόοδο είναι  $(\alpha_1 - 1)^3 = 8$  και  $\alpha_6 = 13$ .

**Γ1.** Να βρείτε τον πρώτο όρο  $\alpha_1$  (μονάδες 5) και την διαφορά  $\omega$  της προόδου (μονάδες 4).

**Μονάδες 9**

Αν  $\alpha_1 = 3$  και  $\omega = 2$ , τότε:

**Γ2.** Να βρείτε το ελάχιστο πλήθος πρώτων όρων της αριθμητικής προόδου, που απαιτούνται, ώστε το άθροισμα τους να ξεπερνάει το 440.

**Μονάδες 8**

**Γ3.** Αν οι μη μηδενικοί αριθμοί  $\alpha_2 - x^2$ ,  $\alpha_3 - x^2$ ,  $\alpha_5 - 2x^2$  με την σειρά αυτή, είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, με λόγο  $\lambda \neq -1$ , να βρείτε τις ακέραιες τιμές του  $x$  και τον λόγο της προόδου.

**Μονάδες 8**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η εξίσωση  $x^2 - \Delta x + \Delta = 0$  (1), όπου  $\Delta$  είναι η διακρίνουσά της.

**Δ1.** Να βρείτε τις τιμές του  $\Delta$  (μονάδες 5) και το πλήθος των ριζών της (1) (μονάδες 3).

**Μονάδες 8**

Για  $\Delta \neq 5$ , θεωρούμε τις συναρτήσεις

$$g(x) = \sqrt{x^2 - 2(x_1 x_2)x + 5(x_1 + x_2)}, \quad f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x - 1},$$

όπου  $x_1, x_2$  είναι οι ρίζες της εξίσωσης (1).

**Δ2. α)** Να αποδείξετε ότι  $g(x) = |x - 5|$ .

**Μονάδες 5**

**β)** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$  (μονάδες 3) και να απλοποιήσετε τον τύπο της (μονάδες 4).

**Μονάδες 7**

**γ)** Να βρείτε τα κοινά σημεία των  $C_f$  και  $C_g$ .

**Μονάδες 5**