Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΘΕΤΙΚΗ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ
ΦΥΣΙΚΗ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

1 – β
2 – δ
3 – α
4 – γ

5. **α** – Λάθος
β – Σωστό
γ – Σωστό
δ – Σωστό
ε – Λάθος

ΘΕΜΑ 2ο

1. **Σωστό το β.**
Έστω r_1 και r_2 με $r_1 > r_2$ οι αποστάσεις ενός τέτοιου σημείου απόσβεσης από τις δύο πηγές.
Τότε $r_1 = \upsilon \cdot t_1$ (1)
Και $r_2 = \upsilon \cdot t_2$ (2)
Οπότε $r_1 - r_2 = \upsilon \cdot (t_1 - t_2) \Leftrightarrow r_1 - r_2 = \upsilon \cdot \Delta t$ (3)
Για τα σημεία απόσβεσης ισχύει

$$r_1 - r_2 = (2N+1)\frac{\lambda}{2} \overset{(3)}{\Leftrightarrow} \upsilon \cdot \Delta t = (2N+1)\frac{\lambda}{2} \Leftrightarrow \upsilon \cdot \Delta t = (2N+1)\frac{\upsilon \cdot T}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \Delta t = (2N+1)\frac{T}{2}$$

2. **Σωστό το α.**
Στο σώμα δρα το βάρος του (συντηρητική δύναμη) και η τριβή κύλισης της οποίας το έργο είναι μηδέν. Έτσι η μηχανική του ενέργεια διατηρείται σταθερή.
Στη θέση (1) η μηχανική ενέργεια είναι σε δυναμική μορφή. Άρα
$E = U_{(1)} = 140$ J.
Στη θέση (2) έχουμε:

$$E = U_{(2)} + K_{\pi(2)} + K_{\mu(2)} \Leftrightarrow 140 = 35 + 30 + K_{\mu(2)} \Leftrightarrow K_{\mu(2)} = 75 \text{ J.}$$

Στην κύλιση όμως ισχύουν:

$\upsilon_{cm} = \omega R$ (1)

και $\dfrac{K_\mu}{K_\pi} = \dfrac{\frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^2}{\frac{1}{2}I\omega^2} = \dfrac{m\omega^2R^2}{I\omega^2} = \dfrac{mR^2}{I} = \sigma\tau\alpha\theta.$ (2)

Επομένως ισχύει $\dfrac{K_{\mu(3)}}{K_{\pi(3)}} = \dfrac{K_{\mu(2)}}{K_{\pi(2)}} \Leftrightarrow \dfrac{K_{\mu(3)}}{K_{\pi(3)}} = \dfrac{75}{30} \Leftrightarrow K_{\mu(3)} = \dfrac{5}{2}K_{\pi(3)}$ (3)

Αλλά $K_{\mu(3)} + K_{\pi(3)} + U_{(3)} = E \overset{(3)}{\Leftrightarrow} \dfrac{5}{2}K_{\pi(3)} + K_{\pi(3)} + 14 = 140 \Leftrightarrow K_{\pi(3)} = 36\text{ J}$

και από την (3) $K_{\mu(3)} = 90$ J

3. **Σωστό το α.**

Ο ακίνητος παρατηρητής A_1 ακούει ήχο συχνότητας $f_{A1} = \dfrac{\upsilon}{\upsilon + \upsilon_s}f_s$ (1)

ενώ ο κινούμενος παρατηρητής A_2 ακούει ήχο συχνότητας $f_{A2} = \dfrac{\upsilon + \upsilon_2}{\upsilon + \upsilon_s}f_s$ (2)

Από τις (1) και (2) είναι $f_{A1} < f_{A2}$.

ΘΕΜΑ 3ο

Α. Η ελάχιστη οριζόντια απόσταση δύο σημείων με διαφορά φάσης $\Delta\varphi = \pi$ rad είναι $\Delta x = \dfrac{\lambda}{2} \Leftrightarrow \lambda = 2\Delta x \Leftrightarrow \lambda = 2\,\text{m}$.

Γνωρίζουμε ότι σε χρόνο T διέρχεται από τη Θ.Ι. 2 φορές.
Επίσης δόθηκε ότι σε χρόνο 2 s διέρχεται από τη Θ.Ι. 20 φορές.

Άρα $\dfrac{T}{2} = \dfrac{2}{20} \Leftrightarrow T = \dfrac{1}{5} \Leftrightarrow \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{5} \Leftrightarrow f = 5\,\text{Hz}$.

$\upsilon = \lambda f \Leftrightarrow \upsilon = 2\cdot 5 \Leftrightarrow \upsilon = 10\,\text{m/s}$.

Β.1. $\omega = 2\pi f = 2\pi\cdot 5 \Leftrightarrow \omega = 10\pi$ rad/s

$\upsilon_{max} = 2\pi \Leftrightarrow \omega A = 2\pi \Leftrightarrow 10\pi A = 2\pi \Leftrightarrow A = 0{,}2\,\text{m}$.

Αφού για t = 0 τα κύματα φθάνουν στο O(x = 0) και αυτό έχει εξίσωση απομάκρυνσης εξαιτίας και του ενός και του άλλου κύματος την εξίσωση:

$$y = A\eta\mu\frac{2\pi}{T}t$$

τότε για το κύμα που διαδίδεται προς τη θετική φορά η εξίσωση είναι:

$$y_1 = A\eta\mu\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) \Leftrightarrow y_1 = 0{,}2\eta\mu(10\pi t - \pi x)\ \text{(S.I.)}\ (1)$$

και το κύμα που διαδίδεται προς την αρνητική φορά η εξίσωση είναι:

$$y_2 = A\eta\mu\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi}{\lambda}x\right) \Leftrightarrow y_2 = 0{,}2\eta\mu\left(10\pi t + \pi x\right) \text{ (S.I.)} \quad (2)$$

Β.2. Τα κύματα έφθασαν στο O(x = 0) τη χρονική στιγμή t = 0. Έτσι τη χρονική στιγμή t = 0,2 s έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα στην περιοχή του μέσου

$$-\upsilon t_1 \le x \le \upsilon t_1 \Leftrightarrow -10\cdot 0{,}2 \le x \le 10\cdot 0{,}2 \Leftrightarrow -2 \ \text{m} \le x \le 2 \ \text{m}$$

Έτσι το μήκος του μέσου από το σημείο με x = -2 m ως το σημείο με x = 2 m είναι D = 4 m.

Β.3. Η θέση των δεσμών είναι

$$x = (2N+1)\frac{\lambda}{4} \Leftrightarrow x = (2N+1)\frac{2}{4} \Leftrightarrow x = (2N+1)\frac{1}{2} \ \text{m}$$

Άρα $-2 \le x \le 2 \Leftrightarrow -2 \le (2N+1)\frac{1}{2} \le 2 \Leftrightarrow -4 \le 2N+1 \le 4 \Leftrightarrow -5 \le 2N \le 3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -2{,}5 \le N \le 1{,}5$

Επομένως N = -2,-1,0,1, δηλαδή 4 δεσμοί.

Β.4. Η εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι:

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{\lambda}x\cdot\eta\mu\frac{2\pi}{T}t \Leftrightarrow y = 0{,}4\sigma\upsilon\nu\pi x\cdot\eta\mu 10\pi t \text{ (S.I.)} \quad (3)$$

Γ. Τη χρονική στιγμή t_1 = 0,2 s έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα στην περιοχή του μέσου $-2 \ \text{m} \le x \le 2 \ \text{m}$.

Επομένως στο σημείο Κ(x_K = 2,25 m) δεν έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα και επομένως η σχέση (3) δεν ισχύει για το σημείο αυτό την δεδομένη χρονική στιγμή t_1 = 0,2 s. Στο σημείο Κ(x_K = 2,25 m) έχει φθάσει <u>μόνο</u> το κύμα που διαδίδεται προς την αρνητική φορά του άξονα. Η απομάκρυνση του σημείου αυτού θα υπολογιστεί από την εξίσωση (2) η οποία δίνει:

$$y_K = 0{,}2\eta\mu(10\pi\cdot 0{,}2 + \pi\cdot 2{,}25) \Leftrightarrow y_K = 0{,}1\sqrt{2} \ \text{m}.$$

ΘΕΜΑ 4ο

Α.1. Για την ισορροπία του σώματος $Σ_2$ ισχύει:

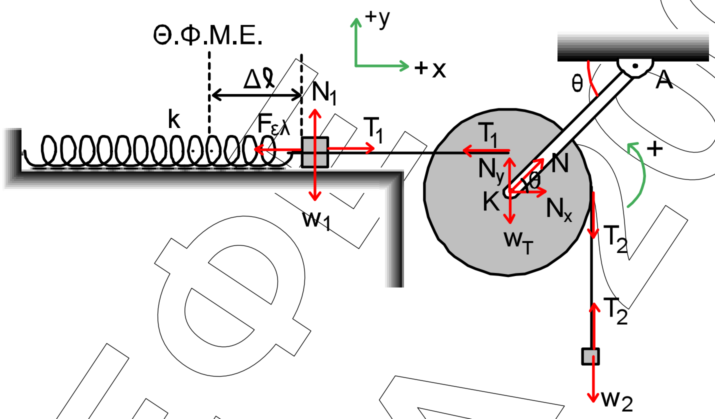
$$\Sigma\vec{F}_y = 0 \Leftrightarrow T_2 - w_2 = 0 \Leftrightarrow T_2 = 20\,N.$$

Για την ισορροπία της τροχαλίας ισχύει:

$$\Sigma\vec{\tau}_{(K)} = 0 \Leftrightarrow T_1 \cdot d - T_2 \cdot R = 0 \Leftrightarrow T_1 = T_2\frac{R}{d} \Leftrightarrow T_1 = 20\frac{0{,}2}{0{,}1} \Leftrightarrow T_1 = 40\,N.$$

$$\Sigma\vec{F}_x = 0 \Leftrightarrow N_x - T_1 = 0 \Leftrightarrow N_x = 40\,N.$$

$$\Sigma\vec{F}_y = 0 \Leftrightarrow N_y - w_T - T_2 = 0 \Leftrightarrow N_y = w_T + T_2 \Leftrightarrow N_y = 40\,N.$$



$$N = \sqrt{N_x^2 + N_y^2} \Leftrightarrow N = \sqrt{40^2 + 40^2} \Leftrightarrow N = 40\sqrt{2}\ N.$$

2. Αφού η ράβδος ΚΑ δεν στρέφεται θα πρέπει $\Sigma\tau_{(A)} = 0$.
Επομένως η συνισταμένη των δυνάμεων που η δέχεται η ράβδος στο Κ έχει την διεύθυνσή της (ΚΑ). Έτσι η δύναμη αντίδρασης Ν που ασκεί αυτή στον άξονα της τροχαλίας βρίσκεται πάνω της. Η γωνία θ που σχηματίζει η ράβδος ΚΑ με την οροφή είναι ίση με τη γωνία που σχηματίζει η Ν με την οριζόντια συνιστώσα της N_x. Έτσι έχουμε

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{N_y}{N_x} = \frac{40}{40} = 1 \Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{4}\ \text{rad} \ \text{ή} \ \theta = 45^o .$$

Β.1. Για την ισορροπία της m_1 πριν την κοπή του νήματος ισχύει:

$$\Sigma\vec{F}_x = 0 \Leftrightarrow T_1 - F_{\varepsilon\lambda} = 0 \Leftrightarrow k \cdot \Delta\ell = T_1 \Leftrightarrow \Delta\ell = \frac{T_1}{k} = \frac{40}{100} \Leftrightarrow \Delta\ell = 0{,}4\,m.$$

Μετά την κοπή του νήματος το σώμα $Σ_1$ εκτελεί Α.Α.Τ. με

$D = k = 100$ N/m, πλάτος $A = \Delta\ell = 0{,}4\,m$ και

$$D = k = m_1\omega^2 \Leftrightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}} \Leftrightarrow \omega = \sqrt{\frac{100}{4}} \Leftrightarrow \omega = 5\,rad/s.$$

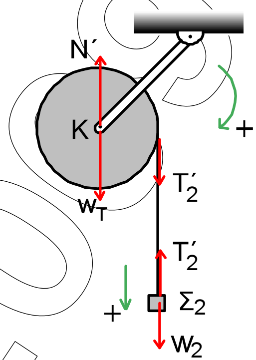
Η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης είναι:

$$\left.\begin{array}{r} x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_o) \\ \text{Για} \quad t = 0 \quad \text{είναι} \quad x = +A \end{array}\right\} \Leftrightarrow A = A\eta\mu(\omega \cdot 0 + \varphi_o) \Leftrightarrow \eta\mu\varphi_o = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \varphi_o = \frac{\pi}{2} \text{ rad.}$$

$$\text{Άρα} \quad x = 0{,}4\eta\mu\left(5t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (S.I.)}$$

Β.2. Επειδή το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει, ισχύουν:



$$\upsilon_{cm} = \upsilon_{\gamma\rho} = \omega R \qquad (1)$$

$$\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\rho} = \alpha_{\gamma\omega\nu} R \qquad (2)$$

Για την μεταφορική κίνηση του Σ_2 ισχύει:

$$\Sigma\vec{F} = m\alpha_{cm} \Leftrightarrow w_2 - T_2' = m_2\alpha_{cm} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow T_2' = 20 - 2\alpha_{cm} \quad (3)$$

Για τη στροφική κίνηση της τροχαλίας ισχύει:

$$\Sigma\vec{\tau}_{(K)} = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow T_2' \cdot R = \frac{1}{2}MR^2\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow T_2' = \frac{1}{2}2R\alpha_{\gamma\omega\nu} \overset{(2)}{\Leftrightarrow} T_2' = \alpha_{cm} \quad (4)$$

Από την επίλυση του συστήματος των εξισώσεων (3) και (4) έχουμε:

$$\alpha_{cm} = \frac{20}{3} \text{ m/s}^2 \text{ και } T_2' = \frac{20}{3} \text{ N.}$$

Η χρονική στιγμή που το Σ_1 περνάει από τη θέση ισορροπίας του για 2^η φορά είναι:

$$t = \frac{3}{4}T = \frac{3}{4} \cdot \frac{2\pi}{\omega} \Leftrightarrow t = \frac{3\pi}{10} \text{ s.}$$

Η ταχύτητα του Σ_2 την ίδια χρονική στιγμή είναι:

$$\upsilon_{cm} = \alpha_{cm} \cdot t = \frac{20}{3} \cdot \frac{3\pi}{10} \Leftrightarrow \upsilon_{cm} = 2\pi \text{ m/s}$$

Από την σχέση (1) έχουμε: $\omega = \dfrac{\upsilon_{cm}}{R} = \dfrac{2\pi}{0.2} \Leftrightarrow \omega = 10\pi$ rad/s

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_2 είναι

$$\frac{dK}{dt} = P_{\Sigma F} = \Sigma F \cdot \upsilon_{cm} = m_2\alpha_{cm}\upsilon_{cm} = 2 \cdot \frac{20}{3} \cdot 2\pi \Leftrightarrow \frac{dK}{dt} = \frac{80\pi}{3} \text{ J/s.}$$

Το μέτρο της στροφορμής της τροχαλίας είναι

$$L = I\omega = \frac{1}{2}MR^2\omega = \frac{1}{2}2 \cdot 0{,}2^2 \cdot 10\pi \Leftrightarrow L = 0{,}4\pi \text{ Kgm}^2\text{/s.}$$

<u>Απάντηση Προτεινόμενου Θέματος :</u>

ΘΕΜΑ 2^{o}

3. Σωστό το γ.

Ο ακίνητος παρατηρητής A_1 ακούει ήχο συχνότητας $f_{A1} = \dfrac{\upsilon}{\upsilon + \upsilon_s} f_s$ (1)

ενώ ο κινούμενος παρατηρητής A_2 ακούει ήχο συχνότητας $f_{A2} = \dfrac{\upsilon + \upsilon_2}{\upsilon + \upsilon_s} f_s$ (2)

Από τις (1) και (2) είναι $f_{A1} < f_{A2}$.

Το μήκος κύματος πίσω από την κινούμενη ηχητική πηγή (όχημα) είναι:

$$\lambda_o = \lambda_s + \upsilon_s \cdot T_s \Leftrightarrow \lambda_o = \lambda_s + \frac{\upsilon_s}{f_s} \Leftrightarrow \quad (3)$$

<u>1^{ος} τρόπος</u>

Η μέτρηση μήκους δεν εξαρτάται από το αν ο παρατηρητής είναι ακίνητος ή κινούμενος, οπότε και οι δύο παρατηρητές μετρούν το ίδιο μήκος κύματος λ_o, το οποίο είναι μεγαλύτερο του λ_s, όπως φαίνεται από την (3).

<u>2^{ος} τρόπος</u>

Η (3) γράφεται και ως $\lambda_o = \dfrac{\upsilon}{f_s} + \dfrac{\upsilon_s}{f_s} \Leftrightarrow \lambda_o = \dfrac{\upsilon + \upsilon_s}{f_s}$ (4)

Ο ακίνητος παρατηρητής A_1 δέχεται τον ήχο με ταχύτητα υ, ακούει συχνότητα f_{A1} και ερμηνεύοντας τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής ακούει ήχο μήκους κύματος

$$\lambda_{A1} = \frac{\upsilon}{f_{A1}} \Leftrightarrow \lambda_{A1} = \frac{\upsilon}{\dfrac{\upsilon}{\upsilon + \upsilon_s} f_s} \Leftrightarrow \lambda_{A1} = \frac{\upsilon + \upsilon_s}{f_s} \quad (5)$$

Ο κινούμενος προς την ηχητική πηγή παρατηρητής A_2 δέχεται τον ήχο αντίθετα προς την κίνησή του. Έτσι η ταχύτητα που αντιλαμβάνεται γι΄ αυτόν είναι

$$\upsilon' = \upsilon + \upsilon_2 \quad (6)$$

Ερμηνεύοντας και αυτός τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής ακούει ήχο μήκους κύματος λ_{A2} και η (6) γίνεται:

$$\lambda_{A2} \cdot f_{A2} = \upsilon + \upsilon_2 \Leftrightarrow \lambda_{A2} = \frac{\upsilon + \upsilon_2}{f_{A2}} \Leftrightarrow \lambda_{A2} = \frac{\upsilon + \upsilon_2}{\dfrac{\upsilon + \upsilon_2}{\upsilon + \upsilon_s} f_s} \Leftrightarrow \lambda_{A2} = \frac{\upsilon + \upsilon_s}{f_s} \quad (7)$$

Από τις (3),(4),(5) και (7) έχουμε $\lambda_{A1} = \lambda_{A2} > \lambda_s$.